

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

SUCEAVA

18 februarie 2023

CLASA a VII-a

1. a) (2p) Arătați că: $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1) \cdot n}$, pentru orice n număr natural, $n \geq 2$.

b) (5p) Determinați partea întreagă a numărului rațional: $S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2}$.

2. (7p) Aflați numărul natural \overline{ab} din egalitatea:

$$\overline{ab}^2 = \overline{(a+1)(b-1)}^2 - \overline{(a-1)(b+1)}^2.$$

3. (7p) Cercurile de centru O și rază r , respectiv de centru Q și rază R , cu $R > r$, se intersectează în punctele A și D . Punctele A, B, D, E se află pe cercul de centru O și rază r , iar punctele A, O, D, C se află pe cercul de centru Q și rază R , astfel încât $E \in AC, D \in BC$ și $O \in AB$. Să se arate că dreptele AD, BE și CO sunt concurente.

4. În triunghiul ABC isoscel cu baza BC , măsura unghiului BAC este de 135° și înălțimile din B și C intersectează laturile AC , respectiv AB , în D , respectiv E . Punctele P și Q sunt simetricele punctelor B , respectiv C față de D , respectiv E .

(5p) a) Demonstrați că patrulaterul $BCQP$ este trapez isoscel.

(2p) b) Dacă $BD = 2\sqrt{3}$ cm, determinați lungimea razei cercului circumscris trapezului $BCQP$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 3 ore.